

الامتحان التجريبي لباكوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول (05ن)

(1) أ) بيّن أن 193 عدد أولي .

ب) حلّ 206 إلى جداء عوامل أولية .

(2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$  حيث:  $4x - 193y = 78$  .

أ) جد الثنائية الطبيعية  $(a; b)$  التي تحقق :  $PPCM(a; b) = 618$  و  $PGCD(a; b) = 3$  و  $4a - 193b = 78$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

(3)  $M$  و  $N$  عدنان طبيعيان يكتبان على الترتيب  $12\beta\alpha$  و  $5\beta 1\alpha$  في نظام التعداد ذو الأساس 7 و  $M \equiv N[193]$

حيث  $\alpha$  و  $\beta$  رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من 7.

أ) تحقّق أن  $44\alpha + 48\beta \equiv 78[193]$  .

ب) بيّن أن  $11\alpha + 12\beta = 116$  .

ج) عيّن  $\alpha$  و  $\beta$  ثم أكتب  $M$  و  $N$  في النظام العشري.

التمرين الثاني (04ن)

يمتلك لاعب نردين  $A$  و  $B$  ممتثالان من حيث الشكل إلا أن النرد  $A$  مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم  $i$  حيث  $i \in \{1; 2; 3\}$  ( كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين)، أما النرد  $B$  ليس مغشوشا وفيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1 و ثلاثة أوجه تحمل الرقم 2 . يرمي اللاعب أحد النردين و نرّمز بـ  $P_i$  لاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم  $i$  في الحالتين (رمي النرد  $A$  أو رمي النرد  $B$ )

(1) يرمي اللاعب النرد  $A$  ، أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  ،  $p_3$  علما أنها تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها  $\frac{1}{4}$  .

(2) أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  في حالة رمي النرد  $B$

(3) نرّمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يأخذ كقيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين . عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  وأحسب أمله الرياضياتي.

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$  و  $U_0 = 2$

$$(1) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن: } U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 < U_n < 3$

ج) بيّن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

$$(2) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$

$$\text{ج) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

د) استنتج نهاية  $(U_n)$ . لَمَّا  $n \rightarrow \infty$

التمرين الرابع (07ن)

I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير  $g$  على  $]0; +\infty[$  .

(2) أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$  .

II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$(1) \text{ بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$$

(2) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند 0 وعند  $+\infty$  .

(3) أ) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

$$(4) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } ]0; +\infty[ \text{ : } f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$$

ت) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  .

$$(6) \text{ أ) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي: } \int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = e^{-2}$  و  $x = 1$  .

III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$

(1) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $h(x) = f(e^x)$

(2) استنتج جدول تغيرات الدالة  $h$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (4.5.5نقط)

$a$  عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 . نعتبر الدالة  $f$  المعرفة و القابلة للإشتقاق على  $[0; +\infty[$  :

$$f(x) = \sqrt{1+ax^2}$$

1. تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  .

$$2. (u_n) \text{ متتالية معرفة } \mathbb{N} \text{ على بـ : } \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(I) نفرض أن  $0 < a < 1$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$  .

(ب) بين أن  $(u_n)$  متزايدة .

(ج) إستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . ثم عين نهايتها .

(II) نضع  $a > 1$  :

نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$$

(أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$  .

(ج) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نعرف المتتالية  $(S_n)$  كالآتي :

$$S_0 = 0 \text{ و من أجل كل } n \geq 1 \text{ ، } S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$$

تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$  .

(د) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = \sqrt{S_n}$  . ثم أحسب نهاية  $(u_n)$  .

### التمرين الثاني: (4.5.5نقط)

1.  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل  $a = \overline{201}$  و  $b = \overline{100}$

أكتب العددين  $a$  و  $b$  في النظام العشري .

2.  $x$  ،  $y$  عدنان صحيحان و  $(E)$  المعادلة ذات المجهول  $(x ; y)$  التالية :

$$ax - by = 3$$

(أ) بين أنه إذا كانت الثنائية  $(x ; y)$  حلا للمعادلة  $(E)$  فإن  $x \equiv 0[3]$  .

(ب) إستنتج حلا خاصا  $(x_0 ; y_0)$  حيث  $0 \leq x_0 < 5$  . ثم حل المعادلة  $(E)$  .

3. نرمز بالرمز  $d$  إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين  $x$  و  $y$  حيث  $(x ; y)$  حل للمعادلة  $(E)$  .

(أ) ماهي القيم الممكنة للعدد  $d$  ؟

(ب) بين ان  $p \gcd(x, y) = p \gcd(y, 3)$  .

(ج) عين الثنائيات  $(x ; y)$  حلول المعادلة  $(E)$  حتى يكون  $\frac{y}{x}$  كسرا قابلا للإختزال .

- (4)  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متتاليتان حسابيتان معرفتان على  $\mathbb{N}$  :  $u_0 = 2$  ،  $v_0 = 5$   
 $u_{n+1} = u_n + 19$  و  $v_{n+1} = v_n + 9$   
- عين كل الثنائيات  $(p; q)$  للأعداد الطبيعية التي تحقق ،  $u_p = v_q$  و  $|q - p| \leq 20$  .  
**التمرين الثالث: (4نقط)**

كيس فيه أربع كرات حمراء وكرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس.  
العملية الأولى نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .  
نرمز بـ ، إلى الحوادث ،  $A_0$  "لأنحصل على أي كرة سوداء"

$A_1$  "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط"

$A_2$  "الحصول على كرتين سوداوين"

أحسب كل من  $p(A_0)$  ،  $p(A_1)$  ، و  $p(A_2)$  .

2. بعد عملية السحب الأول ، يبقى في الكيس أربع كرات . نقوم بالسحب الثاني إذ نسحب كرتين في آن واحد أيضا .

نرمز إلى الحوادث :  $B_0$  "لأنحصل على أي كرة سوداء في السحب الثاني"

$B_1$  "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط في السحب الثاني"

$B_2$  "الحصول على كرتين سوداوين في السحب الثاني"

(أ) أحسب كل من  $p_{A_0}(B_0)$  ،  $p_{A_1}(B_0)$  و  $p_{A_2}(B_0)$  . ثم بين أن  $p(B_0) = \frac{2}{5}$  .

(ب) أحسب كل  $p(B_1)$  و  $p(B_2)$  .

(ج) بإفتراض أننا على كرة سوداء في السحب الثاني . ما احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة في السحب الأول؟

3.  $C$  نعتبر الحادثة "الحصول على كرتين سوداوين ، بعد السحب الأول والإضرار إلى السحب الثاني" .

أحسب  $p(C)$  .

**التمرين الرابع: (7نقط)**

(I) 1. لتكن الدالة  $u$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $u(x) = xe^x$

أدرس إتجاه تغير الدالة  $u$  ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $xe^x \geq -\frac{1}{e}$  .

2.  $g$  دالة معرفة على  $]-\infty; 0]$  بـ :  $g(x) = 1 - (x^2 + x + 1)e^x$

أ- باستعمال إتجاه تغير الدالة  $g$  بين أن من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 0]$  ،  $g(x) \geq 0$  .

( لا يطلب حساب نهاية  $g$  عند  $-\infty$  )

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يأتي:  

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{xe^x+1} & x \leq 0 \\ f(x) = x \ln\left(\frac{x}{2}\right) + 1 & x > 0 \end{cases}$$

ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . (الوحدة  $2cm$  )

1. أدرس إستمرارية  $f$  عند  $0$  ؟

(ب) أدرس قابلية إستتقاق الدالة  $f$  عند  $0$  . فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .  
 ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  يقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  .  
 ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $]-\infty; 0]$  .  
 3 أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]-\infty; 0]$  ، ثم على المجال  $]0; +\infty[$  .  
 ب) يمكن ملاحظة أن إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$  على  $]-\infty; 0]$  .  
 ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 4.  $I$  نقطة من المنحنى  $(C)$  فاصلتها  $-1$  .  
 أ) بين أن معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  عند النقطة  $I$  هي :  $y = \frac{e}{e-1}(x+1)$  .  
 ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C)$  بالنسبة إلى المماس  $(T)$  . (إستعن بالإجابة المنجزة في 1.)  
 5. أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C)$  .  
 6 .  $n$  عدد طبيعي غير معدوم .  
 نسمي  $A(n)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C)$  والمستقيمتين التي معادلاتها  $y = 0$  و  $x = 1$  و  $x = n + 1$  .  
 أ)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  
 ب)  $u_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$  و المجموع  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$  .  
 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  $S_n = A(n)$  .  
 ب) أحسب بـ  $cm^2$  المساحة  $A(n)$  بدلالة  $n$  . ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  .

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبي 2022 في مادة الرياضيات / الشعبة : رياضيات

| العلامة                         |        | عناصر الإجابة (الموضوع الأول)   |
|---------------------------------|--------|---|
| المجموع                         | مجزأة  |   |
| <u>التمرين الأول: (5 نقاط)</u>  |        |   |
| 0.5                             | 0.25   | أ(1) 193 عددا أوليا لأن 193 لا يقبل القسمة على 2، 3، 5، 7، 11،              |
|                                 | 0.25   | 13. $(\sqrt{193} \approx 13.89)$<br>ب) $206 = 2 \times 103$                 |
| 2.25                            | 0.25   | أ(2) $PGCD(a; b) = 3$ معناه $a = 3a'$ ، $b = 3b'$ و $PGCD(a'; b') = 1$ .    |
|                                 | 0.25   | $PPCM(a; b) = 618$ : $618 \times 3 = 3a' \times 3b'$                        |
|                                 | 0.5    | و منه $a' \times b' = 206$  |
|                                 | 0.5    | إذن $(a'; b') \in \{(1; 206), (206; 1), (2; 103), (103; 2)\}$               |
|                                 | 0.25   | بالتالي $(a; b) \in \{(3; 618), (618; 3), (6; 309), (309; 6)\}$             |
|                                 | 0.25   | و $4 \times 309 - 193 \times 6 = 78$  |
|                                 | 0.5    | إذن $(a; b) = (309; 6)$   |
|                                 | 0.25   | ب) حل المعادلة ( ) : $(x; y) = (193k + 309; 4k + 6)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ |
|                                 | 0.25   | أ) $M = \overline{\alpha 12\beta} = 343\alpha + \beta + 63$ (1)             |
|                                 | 0.25   | $N = \overline{5\beta 1\alpha} = \alpha + 49\beta + 1722$                   |
| 2.25                            | 0.25   | أ) $N - M \equiv 0[193]$  |
|                                 | 0.25   | ب) $44\alpha + 48\beta = 193l + 78$ حيث $l \in \mathbb{Z}$                  |
|                                 | 0.25   | مع $11\alpha + 12\beta = 193k + 309$ $0 \leq 11\alpha + 12\beta \leq 138$   |
|                                 | 0.25   | إذن $11\alpha + 12\beta = 116$ .  |
| 2.25                            | 0.25*4 | ج) $\alpha = 4$ و $\beta = 6$<br>$M = 1441$ و $N = 2020$                    |
| <u>التمرين الثاني: (4 نقاط)</u> |        |   |

|      |        |   |
|------|--------|---|
| 1.25 | 0.25*2 | <p>(1) <math>p_1, p_2, p_3</math> تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها <math>\frac{1}{4}</math> مع</p> <p>و منه</p>                                      |
|      | 0.25*3 |   |
| 0.75 | 0.25*3 | <p>(2) <math>p_2 = p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}</math></p> <p>(3) قيم <math>X</math> هي: <math>\{2; 3; 4; 5\}</math></p> <p>قانون الاحتمال لـ <math>X</math></p> |
|      | 0.5    |   |
|      | 1      |   |
| 2    | 0.5    |   |

|  |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|
|  | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  |   |   |   |   |

التمرين الثالث: (4 نقاط)

|   |      |  |
|---|------|--|
| 2 | 0.25 | <p>(1) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math></p> $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n + 1}},$ <p>ب) <math>1 &lt; U_0 &lt; 3</math></p> <p>نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n : 1 &lt; U_n &lt; 3</math> نجد</p> <p>و منه من أجل كل عدد طبيعي <math>n : 1 &lt; U_n &lt; 3</math></p> <p>ج) <math>n_{+1} - U_n = \frac{U_n(2 - \sqrt{u_n + 1})}{\sqrt{U_n + 1}}</math> حيث من أجل كل عدد طبيعي <math>n :</math></p> <p><math>1 &lt; U_n &lt; 3</math> نجد أن المتتالية <math>(U_n)</math> متزايدة تماما</p> <p>- المتتالية <math>(U_n)</math> متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ 3 نستنتج أنها متقاربة .</p> <p>(2) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> ، <math>9 - U_{n+1}^2 &lt; 4(3 - U_n)</math> ،</p> <p>ب) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي ، <math>3 - U_{n+1} &lt; \frac{4}{5}(3 - U_n)</math> ،</p> <p>لدينا من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> ، <math>3 - U_{n+1} &lt; \frac{4}{3+U_{n+1}}(3 - U_n)</math> ،</p> |
|   | 0.25 |  |
|   | 0.5  |  |
|   | 0.25 |  |
|   | 0.5  |  |
|   | 0.25 |  |
|   | 0.75 |  |
|   | 0.75 |  |



0.75

1

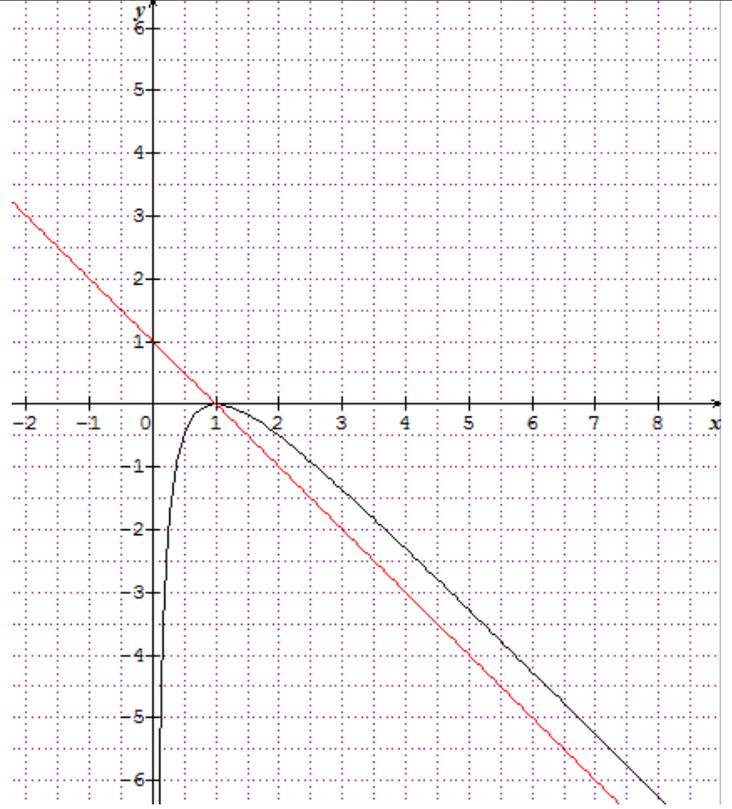
0.25

0.25

0.25

0.5

0.5



(5)

(أ) باستعمال التكامل بالتجزئة  $\int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}\ln x]_{e^{-2}}^1 - \int_{e^{-2}}^1 \frac{2\sqrt{x}}{x} dx = 8e^{-1} - 4$

$$[2\sqrt{x}\ln x - 4\sqrt{x}]_{e^{-2}}^1 = 8e^{-1} - 4$$

(ب) مساحة للحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتيهما

$x = e^{-2}$  و  $x = 1$  هي

$$\int_{e^{-2}}^1 [(-x + 1) - f(x)] dx = \int_{e^{-2}}^1 -\frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = (-8e^{-1} + 4)u.a$$

(III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$

(1) إثبات انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $h(x) = f(e^x)$

(2) استنتاج جدول تغيرات الدالة  $h$

من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $h'(x) = e^x f'(e^x)$ .

$h$  متناقصة تماما على المجال  $]-\infty; 0]$  و متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$$

الموضوع الثاني

| العلامة |       | عناصر الإجابة  |
|---------|-------|--|
| مجموع   | مجزأة |  |
|         |       | <p>التمرين الأول</p> <p>.....0.5 : <math>f'(x) \geq 0</math> : <math>x \in [0; +\infty[</math> ، من أجل كل <math>f'(x) = \frac{ax}{\sqrt{1+ax^2}}</math> /1<br/> . تقبل طرق أخرى <math>[0; +\infty[</math> متزايدة تماما على</p>   |
| 04.5    |       | <p><math>0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}</math> ، <math>n</math> (أ) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>(I) 2/</math><br/> <b>0.5.....</b><br/> <b>(ب) متزايدة .</b><br/> .....0.5 <math>\frac{1}{\sqrt{1-a}}</math> فهي متقاربة . نهايتها <math>\frac{1}{\sqrt{1-a}}</math> (ج) متزايدة ومحدودة من الأعلى ب<br/> (II <math>a &gt; 1</math>)<br/> .....0.5 <math>v_0 = 1</math> متتالية هندسية أساسها <math>a</math> وحدها الأول <math>(v_n)</math> 1.<br/> .....0.5 <math>u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n</math> ومنه <math>v_n = v_0 \cdot a^n = a^n</math> 2.<br/> .....0.5 <math>S_0 = 0</math> و <math>n \geq 1</math> من أجل كل <math>S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}</math> (ج)<br/> .....0.5 <math>S_0 = 0</math> و <math>n \geq 1</math> ، <math>S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}</math><br/> .....0.5 <math>S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}</math> ، ومنه من أجل كل عدد طبيعي<br/> .....0.5 <math>S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}</math><br/> .....0.5 <math>S_n = u_1^2 - u_0^2 + u_2^2 - u_1^2 + u_3^2 - u_2^2 + \dots + u_n^2 - u_{n-1}^2</math> (د)<br/> .....0.5 <math>u_n = \sqrt{S_n}</math> وبالتالي <math>u_n^2 = S_n</math> ومنه <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty</math> 01.....</p> |
| 4.5     |       | <p>التمرين الثاني:</p> <p>.....0.5 1. <math>a = 19</math> و <math>b = 9</math><br/> .....0.5 2. <math>19x - 9y = 3</math> (أ) فإن <math>[3] \equiv 0</math> .<br/> .....0.25 <math>(x_0; y_0) = (3; 6)</math> (ب) الحل الخاص<br/> .....0.5 عدد صحيح. مع <math>k</math> <math>(x; y) = (9k + 3; 19k + 6)</math> حلول المعادلة<br/> .....0.5 3. (أ) <math>d   3</math> ومنه <math>d \in \{1, 3\}</math><br/> .....0.75 <math>\gcd(x, y) = d</math> و <math>\gcd(y, 3) = d'</math> (ب) نضع<br/> ..... نجد <math>d = d'</math> .</p>   |

|    |             |  |
|----|-------------|--|
|    |             | <p>..... 0.5 <math>\gcd(x, y) = 3</math> كسر قابلا للاختزال يكافئ <math>x</math> (ج) <math>\frac{y}{x}</math><br/> عدد صحيح <math>p</math> مع <math>(x; y) = (27p + 3; 57p + 6)</math><br/> 4 <math>u_p = 2 + 19p</math> و <math>v_q = 5 + 9q</math><br/> (ب) <math>(p; q) = (9k + 3; 19k + 6)</math> ومنه <math>19p - 9q = 3</math> يكافئ <math>u_p = v_q</math><br/> ومنه <math>(p; q) \in \{(3, 6); (12, 25)\}</math></p>   |
|    |             | <p>التمرين الثالث:<br/> ..... 0.75 <math>p(A_0) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{2}{5}</math> ، <math>p(A_1) = \frac{8}{15}</math> ، <math>p(A_2) = \frac{1}{15}</math></p>   |
| 04 |             | <p>..... 0.75 <math>p_{A_0}(B_0) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}</math> ، <math>p_{A_1}(B_0) = \frac{1}{2}</math> ، <math>p_{A_2}(B_0) = 1</math><br/> ..... 0.5 <math>p(B_0) = \frac{2}{5}</math> ومنه<br/> ..... 0.5+0.5 <math>p(B_1) = \frac{8}{15}</math> و <math>p(B_2) = \frac{1}{15}</math><br/> ..... 0.5 نجد <math>p_{B_1}(A_1) = \frac{p(A_1 \cap B_1)}{p(B_1)} = \frac{p(A_1)p_{A_1}(B_1)}{p(B_1)}</math> نجد <math>p_{B_1}(A_1) = \frac{1}{2}</math></p>                     |
|    |             | <p>..... 0.5 نجد <math>p(C) = \frac{1}{3}</math> <math>p(C) = p(A_0 \cap B_2) + p(A_1 \cap B_1)</math></p>   |
|    | العلامة     |  |
|    | مجزأة مجموع | عناصر الإجابة  |
| 07 |             | <p>التمرين الرابع:<br/> ..... 0.25 <math>\left[ -\frac{1}{2}; +\infty \right]</math> و متزايدة تماما على <math>\left[ -\infty; -\frac{1}{2} \right]</math> 1. الدالة متناقصة تماما على <math>(I)</math><br/> ..... 0.25 <math>x e^x \geq -\frac{1}{e}</math> ، <math>x</math> من أجل كل عدد حقيقي<br/> ..... 0.25 <math>g'(x) = -(x^2 + 3x + 2)e^x</math><br/> ..... 0.25 <math>g(x) \geq 0</math> ، <math>g(x) \geq 0</math> من <math>]-\infty; 0]</math> ومنه من أجل كل <math>x</math></p> |

.....0.5 مستمرة عند  $f(1/1)$  (II)

من اليسار 0 قابلة للإشتقاق عند  $f$  (ب)

وعددها المشتق  $f'_g(0)$  0.25.....

معدوم

0.25.....  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$  من اليمين لأن 0 غير قابلة للإشتقاق عند  $f$

يقبل نصف مماس من اليمين يوازي حامل محور الترتيب ونصف مماس من اليسار يوازي حامل محور الفواصل 0.25.....

(II) (أ.2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  ..... 2 ..... x0.25

(ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$  0.25.....

0.5.....  $]-1; 0[$  على  $(\Delta)$  ويقع أعلى  $]-\infty; -1[$  على  $(\Delta)$  يقع أسفل (C)

$A(-1, 0)$  ويقطعه في النقطة

(II) (أ.3)  $]-\infty; 0[$  على  $f'(x) = \frac{g(x)}{(xe^x + 1)^2}$  ، متزايدة تماما على  $f$   $]-\infty; 0[$  ..... 0.25

على  $]-\infty; 0[$  :  $f'(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{2}\right)$  ..... 0.25

0.5..... (ب) جدول التغيرات

(II) (أ.4)  $(T): y = \frac{e}{e-1}(x+1)$  0.25.....

0.5.....  $(T)$  بالنسبة إلى المماس (C) (ب) وضعية المنحنى

0.75..... (II) (أ.5) إنشاء  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و (C)

$$S_n = \int_1^2 f(x) + \int_2^3 f(x) + \dots + \int_n^{n+1} f(x)$$

(II) (أ.6)  $S_n = A(n)$  0.25.....

(ب)  $A(n) = \left[ 4n + 2(n+1)^2 \left[ \ln\left(\frac{n+1}{2}\right) - \frac{1}{2} \right] + \ln(4e) \right] cm^2$  5.0.....

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = +\infty$  0.25.....